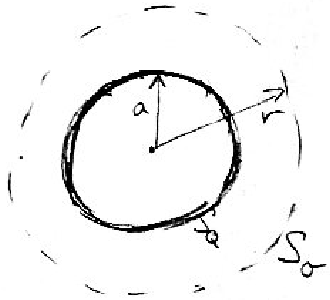
Gauss törvény: $\Phi_E = \oint_S \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho\, dV = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

① Legyen egy infinitezimálisan vékony gömb<u>FELÜLET</u> egyenletesen feltöltve Q töltéssel.

Töltéssűrűség a felület mentén: $\sigma = \frac{Q}{4\pi a^2}$

a: gömb sugara.

Egy ilyen test elektromos tere a gömb felülete mentén szimmetrikus (pontszimmetrikus a gömb középpontjára nézve), ezért minden előzetes számértéke ismerete híján az elektromos fluxus (Φ_E) könnyen számolható a koncentrikus gömbfelületek mentén:



$$\Phi_E = \oint_{S_\sigma} \vec{E}\, d\vec{S} = E \cdot (4\pi r^2)$$

mivel $\vec{E}$ a gömbfelület minden pontján merőleges a felületre és abszolút értéke konstans.

$$\oint_{S_\sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_{S_\sigma} E \cdot dS = E \underbrace{\oint_{S_\sigma} dS}_{\text{gömbfelület nagysága}} = E(4\pi r^2)$$

Gauss törvény: $\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0} \underbrace{\int_{V_\sigma} \rho\, dV}_{\text{ebben a térfogatban Q mennyiségű töltés található!}} = \frac{1}{\varepsilon_0} \oint_{S_\sigma} \sigma\, dS = \frac{1}{\varepsilon_0} Q \Longrightarrow$

$\boxed{\partial V_\sigma = S_\sigma}$

$$\Longrightarrow E(4\pi r^2) = \frac{1}{\varepsilon_0} Q \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}}$$

vektoros kiterjesztés

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^3} \vec{r}$$

ha $r > a$

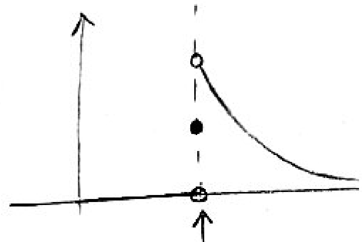
ha $r<a$: $\phi_E = \oint_{S_i} \vec{E}\, d\vec{S} = E\cdot(4\pi r^2)$

S_i felületen belül nincs töltés!

↳ $Q_{S_i} = 0$

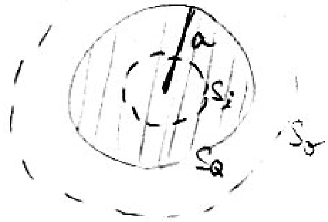
Gauss törvény: $\phi_E = E\cdot(4\pi r^2) = \frac{0}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E=0}$!

tehát
$$\boxed{E = \begin{cases} 0 & \text{ha } r<a \\ \dots & r=a \\ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} & \text{ha } r>a \end{cases}}$$



$r=a$ igazából nem egyértelmű!

② Adott egy nem vezető közegből álló gömb egyenletesen Q töltéssel feltöltve!



töltéssűrűség: $\frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3} = \rho$

ha $r<a$: S_i felületen belül a töltés:

$$Q_{S_i} = \rho\cdot V_{S_i} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3}\cdot\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{Q r^3}{a^3}$$

Gauss törv: $\phi_E = E\cdot(4\pi r^2) = \frac{Q r^3}{\varepsilon_0 a^3} \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{a^3}\cdot r}$

ha $r>a$ akkor: S_o felületen belül Q töltés

$$Q_{S_o} = Q$$

$$\phi_E = E\cdot(4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}}$$

$$\boxed{E = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{a^3} r & r\leq a \\ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} & r>a \end{cases}}$$