Név: ....

Pontszám: ....

FUNKCIONÁLANALIZIS

1. ZH.

2010. november 2.

Munkaidő: 50 perc

(1) *(6 pont)* Legyen $G \subset \mathbb{R}$ nem üres nyílt halmaz. Igazolja, hogy $m(G) > 0$.

(2) *(12 pont)* Melyek a konvergens sorozatok diszkrét metrikus térben? Teljes-e ez a tér?

(3) *(8+8 pont)* Az $\mathcal{L}^p(0,1)$ függvénytérhez tartozik-e $p = 1, 2, \infty$-re a

$a)$ Dirichlet függvény?

$b)$ $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$?

Válaszát indokolja.

(4) *(16 pont)* Igazolja, hogy tetszőleges $R \subset \mathbb{R}$ halmaz esetén

$$\mathcal{L}^2(R) \subset \mathcal{L}^1(R) \cap \mathcal{L}^3(R)$$