

Az LQ-szervo szabályozás összefoglalása

Problémafelvetés: Az LQR tervezés önmagában nem oldja meg a jelkövetést, azaz a zárt rendszer állandósult állapotbeli erősítése egy külső referenciajelre nézve általában nem 1.

Induljunk ki az eredeti rendszerből:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1)$$

$$y = Cx, \quad (2)$$

ahol y természetesen lehet vektor is. Bővítsük ki a rendszert az 1. ábrán látható módon (ahol r a követendő külső referenciajel jelöli). Eszerint az input egyenlet a következő:

$$u = -K_x x + K_I z \quad (3)$$

A kibővített állapotter-modell egyenletei az ábra jelöléseit használva a következők:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (4)$$

$$\dot{z} = r - y = r - Cx. \quad (5)$$

Mátrixos alakban:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r \quad (6)$$

A(z) (5) egyenletből látható, hogy állandósult állapotban $\dot{z} = 0$, azaz $r = Cx$ vagyis $r = Cx$. Szeretnénk, ha az állandósult állapot aszimptotikusan stabil lenne (ezt többféleképpen is biztosíthatjuk, pl. tervezhetnénk pole-placement szabályozót is). Tehát egy teljes állapotvisszacsatolást akarunk tervezni a kibővített modellre a következő alakban:

$$u = -K \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}, \quad (7)$$

ahol K egy blokkmátrix:

$$K = [K_x \quad K_z] \quad (8)$$

(Ez a felbontás azért kell, hogy az ábrán látható szabályozórendszerben (és a valóságban) külön meg tudjuk adni K_x és K_I értékét.) Az ábra szerinti előjeleket és jelöléseket használva tehát a visszacsatolt rendszer input-egyenlete a következő:

$$u = -K_x x + K_I z \quad (9)$$

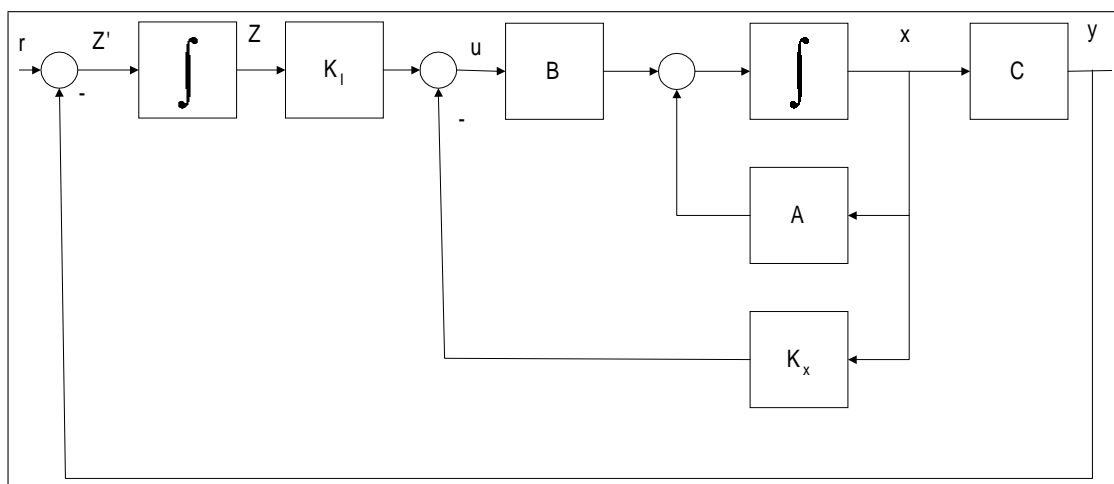
Ezt a (8) egyenlettel összevetve adódik, hogy

$$K_I = -K_z \quad (10)$$

Ha a stabilizáló szabályozót LQ (vagy pole-placement) tervezéssel számítjuk ki, akkor a kibővített rendszer szabályozótervezéshez szükséges A' és B' mátrixait a (6) egyenlet alapján határozhatjuk meg, azaz:

$$A' = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

A szabályozó tervezésének feltétele, hogy a kibővített rendszer irányítható legyen.



1. ábra. Az LQ-szervo szabályozás sémája