Computer controlled systems

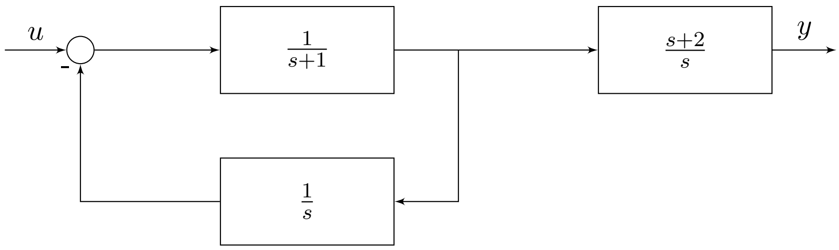
Lecture 7

version: 2017.11.18. – 16:23:41

1 Hatásvázlat algebra

Eredő átviteli függvény számolása

1. **Példa**



Mi az eredő átviteli függvény: $G(s) = ?$

$$G(s) = \frac{\text{előre vezető ág}}{1 + \text{körerősítés}}$$

$$G(s) = \frac{\frac{1}{s+1} \cdot \frac{s+2}{s}}{1 + \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s+1}} = \frac{\frac{1}{s+1}}{\frac{s^2+s+1}{s(s+1)}} \cdot \frac{s+2}{s} = \frac{1}{s+1} \cdot \frac{s(s+1)}{s^2+s+1} \cdot \frac{s+2}{s} = \frac{s+2}{s^2+s+1}$$

Adjunk meg ÁTM-et a rendszerhez!

Controller form:

$$A_c = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_c = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$$

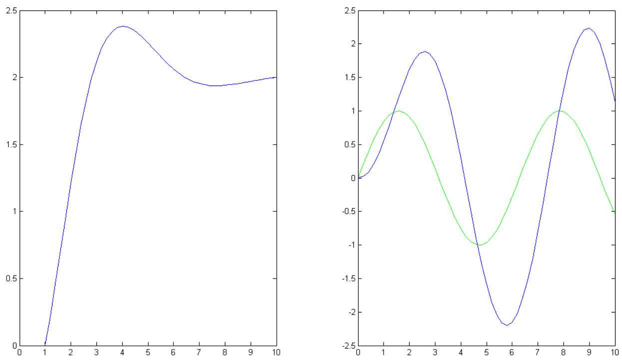
Observer form:

$$A_o = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 \\ -a_2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

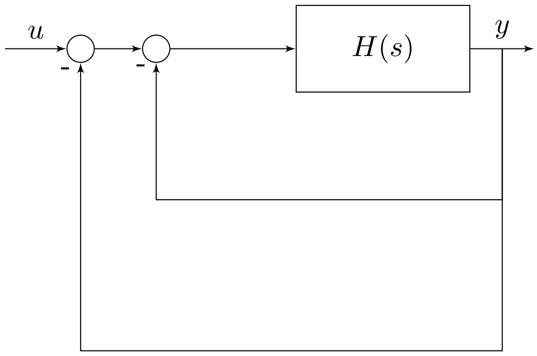
$$B_o = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$C_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Az alábbi ábrán látható a rendszer viselkedése egységugrás ill. szinuszos bemenet esetén.



2. **Példa**



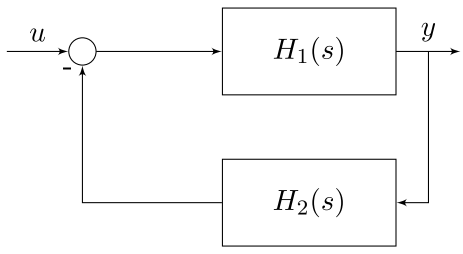
$$H(s) = \frac{1}{s}$$

Mi a rendszer eredő átviteli függvénye?

$$G_0(s) = \frac{\frac{1}{s}}{1 + \frac{1}{s}} = \frac{1}{s+1}$$

$$G_1(s) = \frac{\frac{1}{s+1}}{1 + \frac{1}{s+1}} = \frac{1}{s+2}$$

3. **Példa**



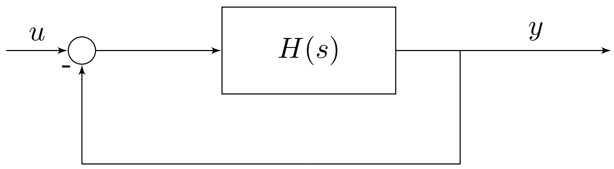
$$H_1(s) = \frac{s+2}{s+1} \quad H_2(s) = \frac{1}{s}$$

Mi a rendszer eredő átviteli függvénye?

$$G(s) = \frac{\frac{s+2}{s+1}}{1 + \frac{1}{s} \cdot \frac{s+2}{s+1}} = \frac{s(s+2)}{s(s+1) + s + 2} = \frac{s^2 + 2s}{s^2 + 2s + 2}$$

Negatív visszacsatolás

1. **Sima negatív visszacsatolás**



Y-ra vonatkozó átvitel:

$$
\begin{aligned}
Y(s) &= H(s)(U(s) - Y(s)) \\
Y(s) + H(s)Y(s) &= H(s)U(s) \\
(1 + H(S))Y(s) &= H(s)U(s) \\
Y(s) &= \frac{H(s)}{1 + H(s)} U(s)
\end{aligned}
$$

$$G(s) = \frac{H(s)}{1 + H(s)}$$

Példa
Stabilizálható-e a rendszer negatív visszacsatolással, ha

(a) $H(s) = \frac{1}{s}$

$$G(s) = \frac{\frac{1}{s}}{1 + \frac{1}{s}} = \frac{1}{s+1}$$

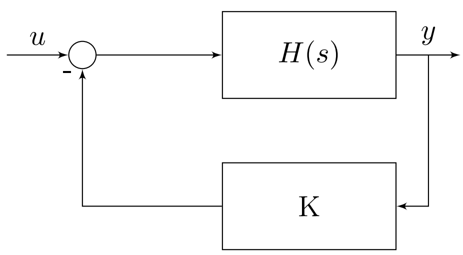
Igen, a rendszer stabilizálható.

(b) $H(s) = \frac{1}{s-2}$

$$G(s) = \frac{\frac{1}{s-2}}{1 + \frac{1}{s-2}} = \frac{1}{s-1}$$

A rendszer nem stabilizálható.

2. **Negatív visszacsatolás K erősítéssel**



Eredő átviteli függvény:

$$G(s) = \frac{H(s)}{1 + KH(s)}$$

$$H(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \to G(s) = \frac{\frac{b(s)}{a(s)}}{1 + K\frac{b(s)}{a(s)}} = \frac{b(s)}{a(s) + Kb(s)}$$

Példa
Stabilizálható-e a rendszer negatív K erősítésű visszacsatolással, ha

(a) $H(s) = \frac{1}{s-3}$

$$G(s) = \frac{\frac{1}{s-3}}{1 + K\frac{1}{s-3}} = \frac{1}{s-3+K}$$

Tehát ha $K > 3$ akkor a rendszer stabilizálható.

(b) $H(s) = \frac{1}{s-10}$

$$G(s) = \frac{\frac{1}{s-10}}{1 + K\frac{1}{s-10}} = \frac{1}{s-10+K}$$

Tehát ha $K > 10$ akkor a rendszer stabilizálható.

(c) $H(s) = \frac{1}{(s-3)(s-2)}$

$$G(s) = \frac{\frac{1}{(s-3)(s-2)}}{1 + K\frac{1}{(s-3)(s-2)}} = \frac{1}{s^2 - 5s + 6 + K}$$

Ez a rendszer nem stabilizálható egy ilyen visszacsatolással.

Szabályozókör

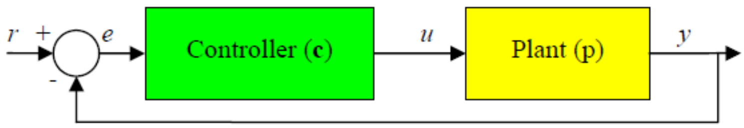


Figure 1

- **Szabályozási cél:** a hibajel (e) legyen nulla, azaz a referencia (r) és a kimeneti jel (y) egyezzen meg.
- Beavatkozási jel (u): a szabályzó (Controller) által kiszámolt beavatkozás
- Az irányítandó rendszer (Plant) a beavatkozó jel hatására kimeneti jelet generál.
- Példa: Motor fordulatszám, beavatkozó jel: áramerősség, kimenet: fordulatszám, hiba jel: referencia fordulatszám és a kimeneti fordulatszám különbsége

PID szabályozó

Mint minden szabályozónak, így a PID szabályzónak is az a célja, hogy a hiba jelet eliminálja. Ehhez a hibajel három komponensét használja fel:

- aktuális hiba
- hiba jel integrálja (múltbéli hiba)
- hiba jel deriváltja (hiba trend)

Ennek megfelelően a szabályzó három dinamikus rendszerből állhat (azért feltételes, mert kevesebb tag is elég lehet a szabályozási cél teljesítéséhez).

- arányos tag (P - proportional): $u(t) = K_P \cdot e(t)$ $\quad H_p(s) = K_P$
- integráló tag (I - integral): $u(t) = K_I \cdot \int_0^t e(\tau)d\tau$ $\quad H_I(s) = \frac{K_I}{s}$
- deriváló tag (D - derivative): $u(t) = K_D \cdot \frac{d}{dt}e(t)$ $\quad H_D(s) = s \cdot K_D$

Fontos megjegyezni, hogy a deriváló tag kauzális volta miatt valós rendszerekben a deriváló tagot egy közelítő taggal helyettesítjük.

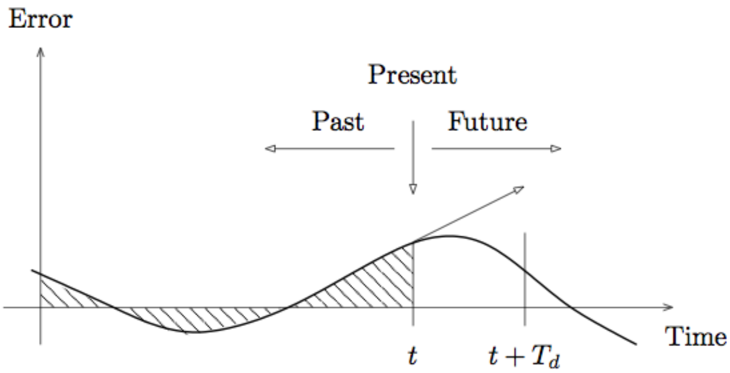


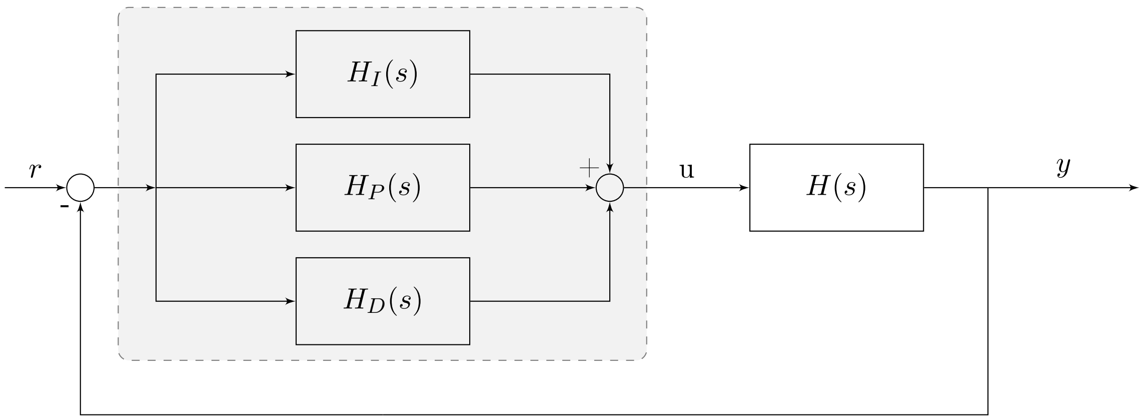
Figure 2

A szürkével jelölt részrendszer eredő átviteli függvénye a következő:

$$H_{PID}(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{sK_p + K_I + s^2 K_D}{s}$$

Amennyiben csak P és I tagot használunk:

$$H_{PI}(s) = K_p + \frac{K_I}{s} = \frac{sK_p + K_I}{s}$$



Példa Vegyük a korábban tárgyalt kisautó modellt, ahol az átvitel függvény a következő volt:

$$H(s) = \frac{1}{Ms^2 + bs + k} \tag{1}$$

Legyen $M = 1$, $b = 10$ és $k = 20$

Nézzük meg a rendszer válaszát az egységugrás függvényre (lásd: ??). Látszik, hogy a kimenet végértéke jelentősen elmarad a bementi jelszinttől, ezt hívják statikus hibának. (A kimenet végértékét DC gain-nek nevezik, jelenleg: $\frac{1}{20} = 0.05$)

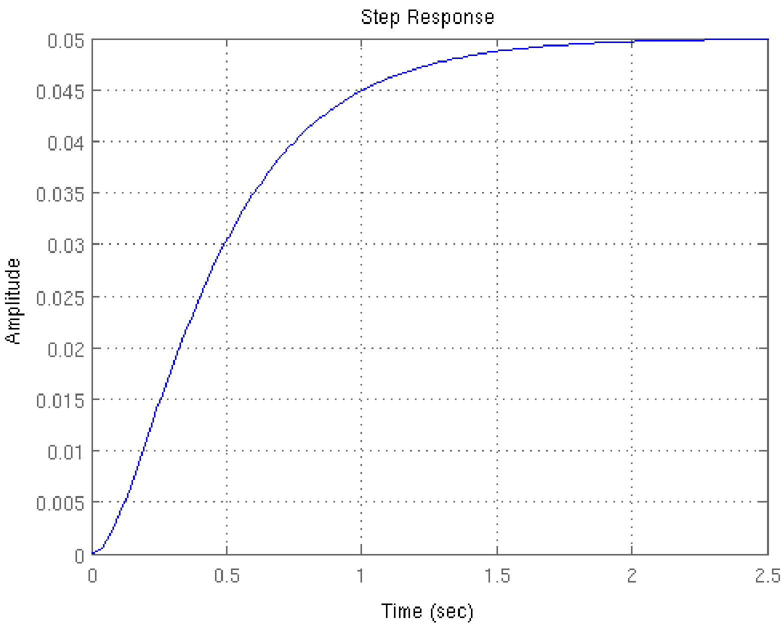


Figure 3

Helyezzünk a szabályozási körbe egy arányos tagot, ezzel csökkentve a statikus hibát és csökkentve a felfutási időt.

Az rendszer eredő átviteli függvénye:

$$G(s) = \frac{K_p H(S)}{1 + K_P H(s)} = \frac{K_p}{Ms^2 + bs + (k + K_p)} \tag{2}$$

Ekkor a rendszer válaszát egységugrás bemenetre lásd:??

Látható, hogy a statikus hiba és a felfutási idő jelentősen csökkent, ugyanakkor jelentős túllövés lett a rendszerválaszban.

Forrás: http://www.engin.umich.edu/class/ctms/pid/pid.htm

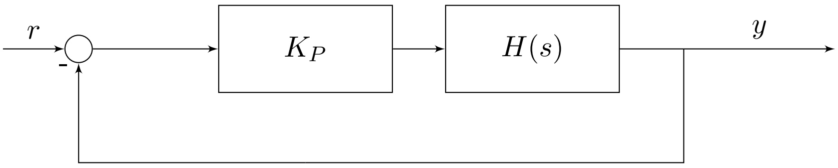


Figure 4. P szabályzó blokkvázlata

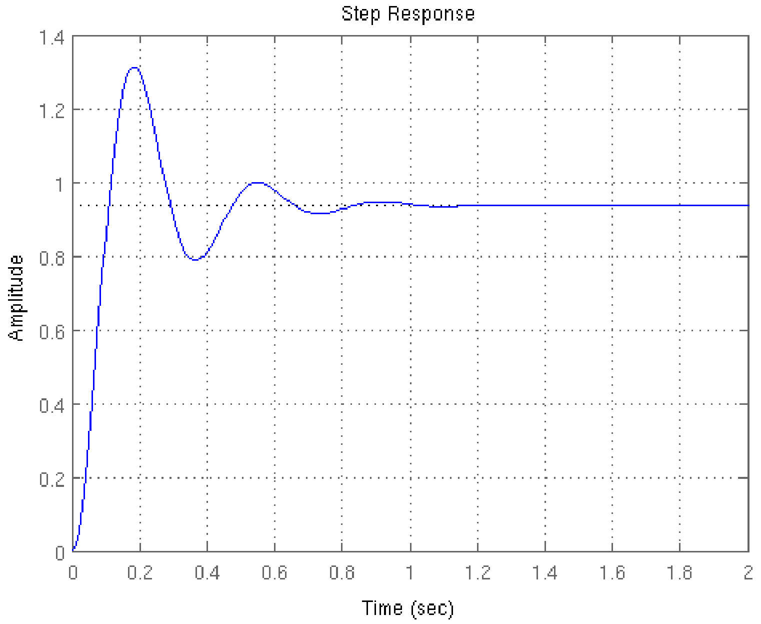


Figure 5. P taggal való szabályozás $K_p = 300$ esetén

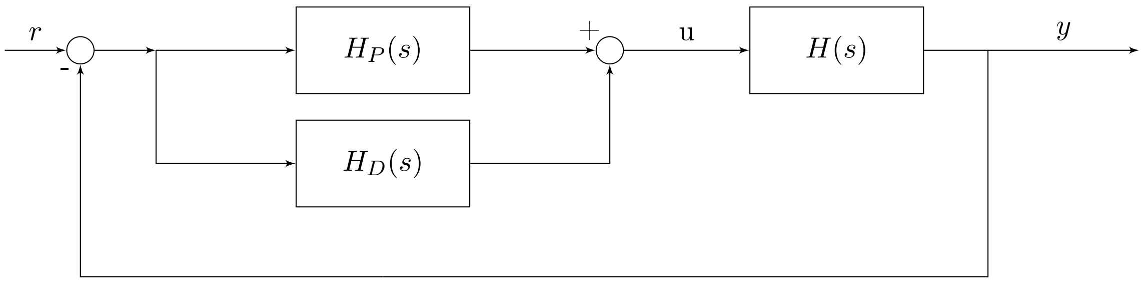


Figure 6. PD szabályzó blokkvázlata

2 További gyakorló feladatok (tipikus ZH feladatok)

1. Adott a következõ hatásvázlat:

   (a) $H_1(s) = \frac{s+2}{s^2+5s+6}$, $H_2(s) = \frac{1}{s+1}$, $K = 1$, adja meg a $G(s)$ eredõ átviteli függvényt! (2p)

   (b) $H_1(s) = \frac{s+1}{s-3}$, $H_2(s) = \frac{s+4}{s^2+3s+2}$, $K = -4$ vagy $K = 2$ értékre lesz az eredõ átviteli függvény stabil? (3p)

   (c) $H_1(s) = \frac{s+2}{s^2+5s+6}$, $H_2(s) =?$, $K = 1$, adja meg $H_2(s)$-t, úgy hogy csak -tetszõleges- instabil pólusai legyenek az eredõ rendszernek! (5p)

2. Tekintsük a következõ átviteli függvényt:

$$H(s) = \frac{s + l_1}{s^3 + l_2 s^2 + s + 3},$$

   ahol l_1 és l_2 valós paraméterek. Létezik-e olyan véges erõsítésû lineáris kimenet-visszacsatolás (azaz $u = -ky$, ahol $|k| < \infty$), amely aszimptotikusan stabilizálja a rendszert, ha $l_1 > 0$ és $l_2 < 0$? Miért? (3p)

3. Mennyi lesz az az erõsítése decibelben az alábbi átviteli függvénynek konstans bemenet esetén? (2p)

$$H(s) = \frac{s + 1}{s^2 + 10s + 10}$$

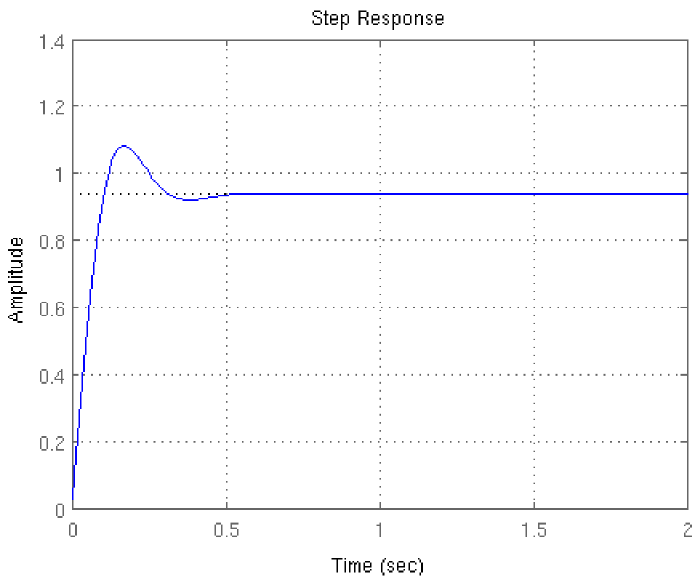


Figure 7. PD szabályozás, $K_p = 30$,$K_i = 70$ érték mellett

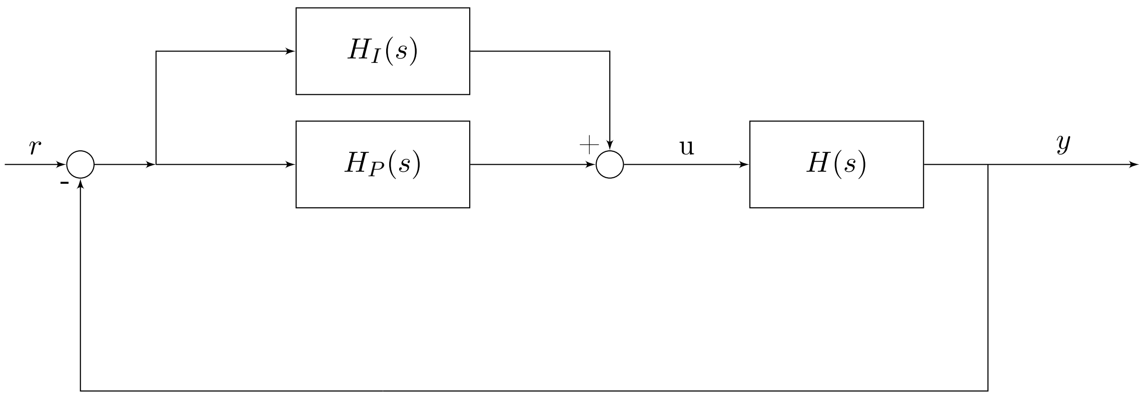


Figure 8. PI szabályzó blokkvázlata

4. Minimumfázisú-e a következõ átviteli függvény (Miért)? (2p)

$$H(s) = \frac{(s+1)(s+3)}{s^3 - 3s^2 + 2s + 1}$$

5. Adott a következõ lineáris rendszer:

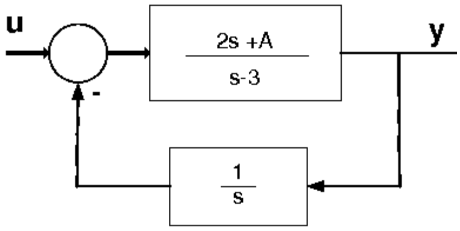
$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3.5 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad D = 0$$

   (a) Adja meg a rendszer $H(s)$ átviteli függvényét! (3 pont)

   (b) Adja meg a rendszer pólusait! (1 pont)

   (c) Stabil-e a rendszer? Pontos indoklás! (1 pont)

   (d)
   Stabil lesz-e a visszacsatolt rendszer A=0 illetve A=0.25 értékek esetén (3p)?

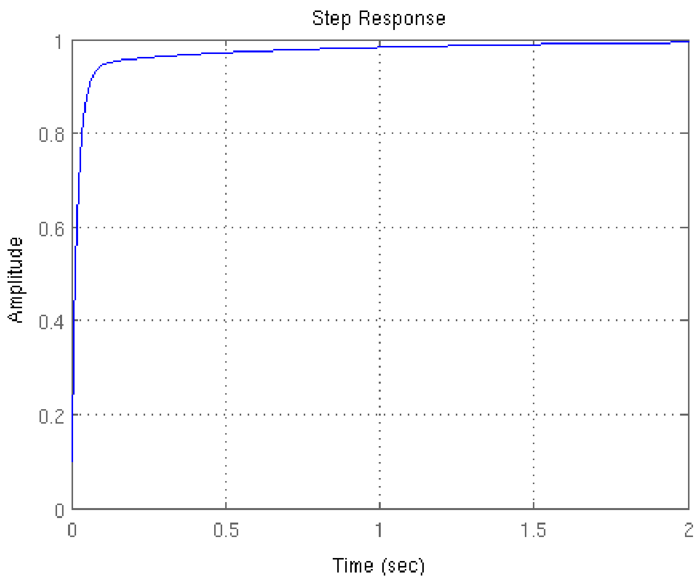
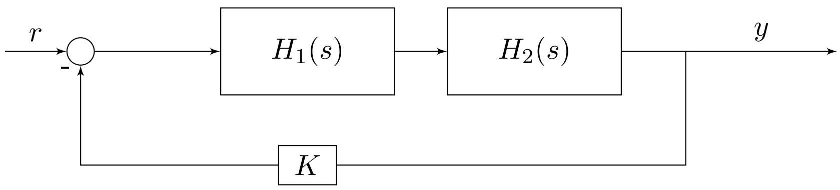
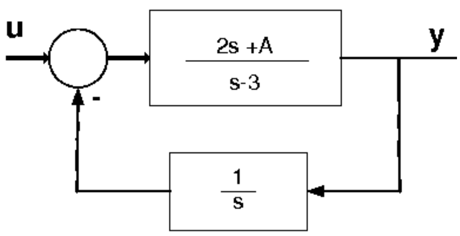


Figure 9. PID szabályozás $K_p = 350$,$K_d = 50$,$K_i = 300$ érték esetén



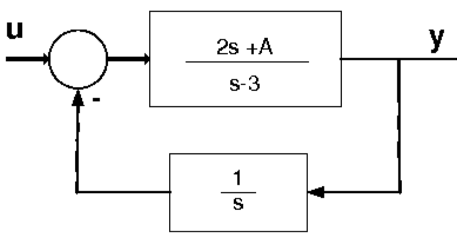
(e) Legyenek egy PID szabályozó paraméter



(f)

Stabil lesz-e a visszacsatolt rendszer A=0 illetve A=0.25 értékek esetén (3p)?

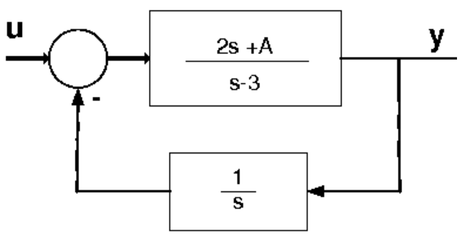
ei a következõk: $A_P = 5$, $K_I = 20$, $K_D = 14$. Mi lesz a zárt (szabályozott) rendszer eredõ átvite



(g)

Stabil lesz-e a visszacsatolt rendszer A=0 illetve A=0.25 értékek esetén (3p)?

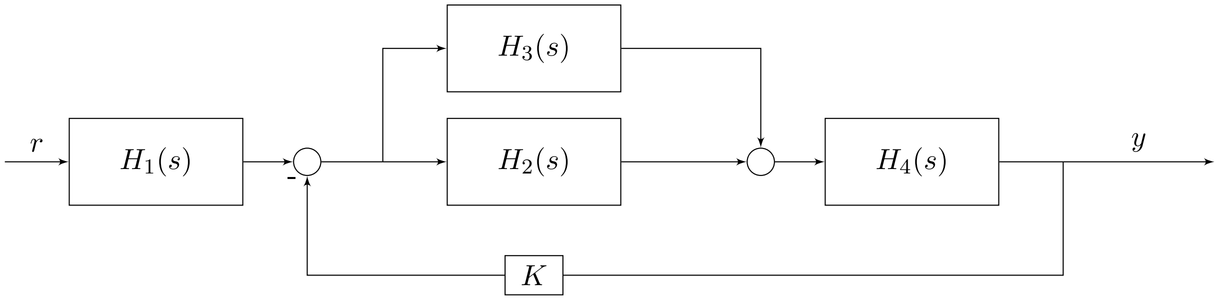
li függvénye, ha a fenti rendszert ezzel a PID szabályozóval szabályozzuk? (5 pont)



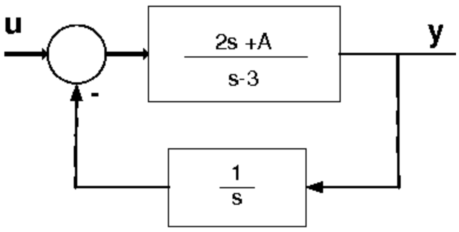
6.

Stabil lesz-e a visszacsatolt rendszer A=0 illetve A=0.25 értékek esetén (3p)?

7. Adott a következõ hatásvázlat:



Adja meg a rendszer eredõ átviteli függvényét $G(s)$-t, ha $H_1(s) = \frac{s+2}{s^2-7s+11}$, $H_2(s) = \frac{1}{s}$, $H_3(s) = \frac{s-3}{s+7}$, $H_4(s) = \frac{s+7}{s+1}$ (6 pont)
(Segítség: a gyöktényezõs alak megtartása elõnyös a számolás során, illetve az egyes részrendszerek kiszámítása megkönnyíti a számolást.)

8. 

Stabil lesz-e a visszacsatolt rendszer A=0 illetve A=0.25 értékek esetén (3p)?