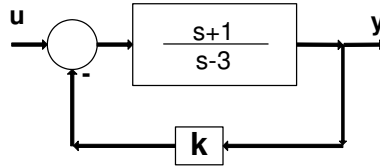


CCS 2015 2. Zh gyakorlat

1 Gyakorlat - 15p

1. Adott az alábbi rendszer:



- Adja meg a rendszer eredő átviteli függvényét (1p) (tfh $k > 0$)!
- Létezik-e olyan k érték amire a visszacsatolt rendszer asszimptotikusan stabil lesz? Miért? (2p)

MO:

$$H(s) = \frac{\frac{s+1}{s-3}}{1 + \frac{s+1}{s-3}k} = \frac{\frac{s+1}{s-3}}{\frac{s-3+k(s+1)}{s-3}} = \frac{s+1}{s-3} \frac{s-3}{s-3+k(s+1)} = \frac{s+1}{s-3+k(s+1)}$$

\rightsquigarrow Igen $k > 3$ -ra, mert minimálfázisú.

2. Legyen

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1^3 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= -2x_1 - x_2 \end{aligned}$$

Ljapunov függvénye-e a rendszernek $V(x) = 2x_1^2 + x_2^2$ (2p)?

MO:

$$V(x) > 0, \quad \frac{dV}{dx} = [4x_1 \quad 2x_2] \rightsquigarrow \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \frac{dx}{dt} = -4x_1^4 + 4x_1x_2 - 4x_1x_2 - 2x_2^2 \rightsquigarrow \frac{dV}{dt} < 0$$

3. Adott az alábbi rendszer:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Tervezzon állapotvisszacsatolást, mely a rendszer pólusait a $[-2 \ -1]$ helyekre helyezi át! (3p)

MO: pl Ackermann:

$$\varphi_c(s) = (s+2)(s+1) = s^2 + 3s + 2$$

$$K = [0 \quad 1]M_c^{-1}\varphi_c(A) = [0 \quad 1][B \quad AB]^{-1}(A^2 + 3A + 2I)$$

$$= [0 \quad 1] \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} = [3 \quad 2]$$

4. Adott az alábbi rendszer:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad C = [0 \quad 1]$$

- Asszimptotikusan stabil-e a rendszer az $u=-Kx$ visszacsatolással ha $K = [1 \quad -3]$? (1p)
Mo: Nem, $\lambda(A - BK) = \{-3 \quad 5\}$
- Stabil állapotmegfigyelője-e az alábbi rendszer (A,B,C)-nek? Miért? (3p)

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{x}_1}{dt} &= u - 2\hat{x}_1 + 3y \\ \frac{d\hat{x}_2}{dt} &= -2\hat{x}_2 + y + 2\hat{x}_1 + 2u \end{aligned}$$

Mo: Igen:

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = F\hat{x} + Ly + Hu$$

Ahol

$$L = [3 \quad 1]^T \quad F = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \quad H = [1 \quad 2]^T$$

valóban $F = A - LC$, $H = B$ és stabil is mivel $\lambda(A - LC) = [-2 \quad -2]$

5. Adott egy diszkrét idejű rendszer a következő mátrixokkal:

$$\Phi = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k)$$

- Asszimptotikusan stabil-e a rendszer(1p)?
MO: Nem $\lambda_{1,2} = -3 \pm i$
- Adja meg azt a legrövidebb jelsorozatot, amely a rendszert a $[1 \quad 2]^T$ kezdeti állapotból az origóba irányítja (2p)!
MO: $U = -W_c^{-1}\Phi^2 x_0 = [u_1 \quad u_0] = [10 \quad 6]^T$

$$W_c = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \quad W_c^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -0.4 & 0.2 \end{pmatrix}$$

$$\phi^2 = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ -6 & 8 \end{pmatrix} \quad \phi^2 x_0 = \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \end{pmatrix}$$