

Név:

Pontszám:

FUNKCIONÁLANALÍZIS

2. ZH. B. csoport.

2013. május 22.

Munkaidő: 60 perc

Válaszait indokolja.

1. Tekintsük a $H = \ell^2$ Hilbert térben az alábbi operátort:

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4, \dots) = (x_1, 0, x_3, 0, x_5, \dots),$$

tehát a páros indexű tagokat lenullázzuk.

- (a) $\|T\| = ?$ (7 pont)
(b) Határozzuk meg T spektrumát. (10 pont)
(c) Igazoljuk, hogy T önadjungált. (8 pont)

2. Legyen $X = \mathbb{R}^4$, ezen vegyük az alábbi normát:

$$\|(x_1, x_2, x_3, x_4)\| = \max\{|x_1|, |x_2|, |x_3|, |x_4|\}$$

Határozzuk meg az X^* duális teret. (12 pont)

(Levezetéssel együtt kérjük, végeredmény önmagában nem elég.)

3. ℓ^2 -ben tekintsük a jobb shift operátort. Mi ennek az adjungáltja? (9 pont)

4. Legyen $H(x)$ az egységugrás függvény:

$$H(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

Mi lesz a megfelelő T_H általánosított függvény (azaz disztribúció) második deriváltja? (12 pont)

5. Adja meg az alábbi kezdetiérték-feladat megoldását a szukcesszív approximáció segítségével.

$$y' = -2y, \quad y(0) = 1.$$

(15 pont) (+2 pont ellenőrzés)

Jó munkát!