Név: ....

Pontszám: ....

FUNKCIONÁLANALÍZIS

2. ZH.

2013. május 22.

Munkaidő: 60 perc

Válaszait indokolja.

1. Tekintsük a $H = \ell^2$ Hilbert térben az alábbi operátort:
$$T(x_1, x_2, x_3, x_4, ...) = (0, x_2, 0, x_4, 0, x_6, \dots),$$
tehát a páratlan indexű tagokat lenullázzuk.
   (a) $\|T\| = ?$ *(7 pont)*
   (b) Határozzuk meg T spektrumát. *(10 pont)*
   (c) Igazoljuk, hogy T önadjungált. *(8 pont)*

2. Legyen $X = \mathbb{R}^3$, ezen vegyük az alábbi normát:
$$\|(x_1, x_2, x_3)\| = \max\{|x_1|, |x_2|, |x_3|\}$$
Határozzuk meg az X^* duális teret. *(12 pont)*
(Levezetéssel együtt kérjük, végeredmény önmagában nem elég.)

3. ℓ^2-ben tekintsük a bal shift operátort. Mi ennek az adjungáltja? *(9 pont)*

4. Legyen $H(x)$ az egységugrás függvény:
$$\mathrm{H}(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$$
Mi lesz a megfelelő T_H általánosított függvény (azaz disztribúció) második deriváltja? *(12 pont)*

5. Adja meg az alábbi kezdetiérték-feladat megoldását a szukcesszív approximáció segítségével.
$$y' = 2y, \qquad y(0) = 1.$$
(15 pont) (+2 pont ellenőrzés)

Jó munkát!