

Név: .....

Pontszám: .....

# FUNKCIONÁLANALÍZIS

## 1. ZH. Pótlás

2012. április 12.

**Munkaidő: 50 perc**

Válaszait indokolja!

1. (8 pont) Az  $X$  halmaz a  $d(x, y) = 1, x \neq y$  metrikával metrikus tér. Igazolja, hogy  $(X, d)$  pontosan akkor szeparábilis, ha  $X$  megszámlálható elemszámú.
2. (8 pont) Lássa be, hogy egy  $E \subset M$  véges elemszámú halmaz zárt.
3. (8 pont) Legyen  $E \subset \mathbb{R}$  nullmértékű halmaz, azaz  $m(E) = 0$ . Igazolja, hogy nincs belső pontja.
4. (16 pont) Igazolja, hogy
  - (a)  $\mathcal{L}^3(0, 1) \subset \mathcal{L}^1(0, 1)$ , valódi részhalmaz.
  - (b)  $\ell^1 \subset \ell^3$ , valódi részhalmaz.
5. (10 pont) Konvergens-e az  $f_n(t) = t^n, n \in \mathbb{N}$  sorozat
  - (a)  $C[0, 1]$ -ben?
  - (b)  $L^2[0, 1]$ -ben?
  - (c)  $L^\infty[0, 1]$ -ben?