Név:...

Pontszám:.............................

Analízis III. zárthelyi dolgozat
2016. október 25.

1. Legyen $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ differenciálható vektormező, és $\underline{c} \in \mathbb{R}^3$. Igazoljuk az alábbi "szorzat deriválási szabály"-t:

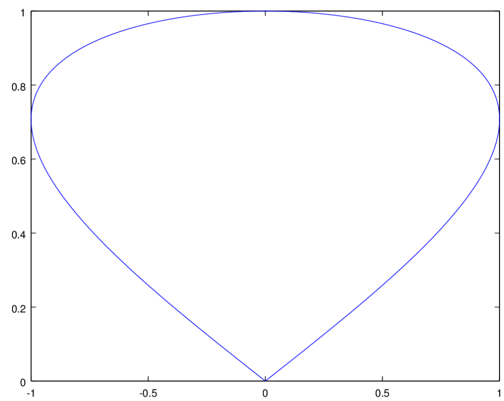
$$\mathrm{grad}(\underline{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}\mathrm{F}) = \underline{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}\mathrm{DF}.$$

2. Adott $F(x, y, z) = (x^2, x, z^2)$ vektormező. Legyen S egy $g : R \to \mathbb{R}$ differenciálható függvény felülete, ahol $R \subset \mathbb{R}^2$ korlátos tartomány. Az S felület határa $C = \partial S \subset \mathbb{R}^3$. Igazoljuk, hogy

$$\oint_C F(\underline{r})d\underline{r} = \mathrm{A}(R)$$

3. Határozza meg az sinusoid görbe által közrezárt terület nagyságát. A sinusoid paraméterezése:

$$x(t) = \sin(2t), \qquad y(t) = \sin(t), \qquad t \in [0, \pi].$$



4. Írjuk fel az Euler egyenletet és határozzuk meg az alábbi funkcionálok lehetséges extremális függvényeit:

   (a)
   $$I(u) = \int_0^1 (x + u(x) + 3u'(x))dx$$

   (b)
   $$I(u) = \int_1^2 (u + xu'(x))dx$$

Szorgalmi feladatok azoknak, akik túl hamar végeztek a többivel.

+1 Legyen $G \subset \mathbb{R}^3$ annak a hengernek a felszíne, melynek alapja a (x, y) síkbeli egységkör. Adott két pont $(0, 1, 0)$ és $(0, -1, 1)$. Határozzuk meg az őket összekötő legrövidebb görbét a hengerpaláston.

+2 Legyen M az téglalap a térben, melynek csúcspontjai $(0, 0, 0)$, $(1, 1, 0)$, $(1, 1, 1)$, $(0, 0, 1)$. Legyen továbbá

$$F(x, y, z) = (yz, xz, xz).$$

Igazolja a Stokes tételt ebben az esetben.