

Analízis III. 5. heti feladatok 2016. október 14.

Variációszámítás 2. rész.

1. Legyen $G \subset \mathbb{R}^3$ annak a hengernek a felszíne, melynek alapja a (x, y) síkbeli egységkör. Adott két pont $(1,0,0)$ és $(-1,0,1)$. Határozzuk meg az őket összekötő legrövidebb görbét a hengerpaláston.
2. Az egységgömb felszínén határozzuk meg két pontot összekötő legrövidebb görbét. (Ezek a gömbfelszín geodetikus görbéi.)
3. (Térbeli Brachistochrone) Adott a térben két pont P_1, P_2 , melyeket egy huzallal összekötünk és egy golyót indítunk P_1 -ből P_2 -be. Feltesszük, hogy a gravitáció a megszokott módon ($-z$ irányban hat). Milyen görbe mentén lesz az idő minimális?

$$\text{idő} = T(y, z) = \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_{x_0}^{x_1} \sqrt{\frac{1 + y'(x)^2 + z'(x)^2}{z_0 - z(x)}} dx \rightarrow \min \quad (1)$$

4. Határozzuk meg a $P_0(0,0)$ és $P_1(1,0)$ pontokat összekötő *adott L hosszúságú* vonalak közül azt, amelyik integrálja maximális. (A függvény gráfja alatti terület legkisebb.)
 5. Határozzuk meg a síkon a $P_0(0,0)$ és $P_1(1,0)$ pontokat összekötő vonalak közül a legrövidebbet azok közül, melyek alatti *terület adott A szám*.
- HF Egyenes henger felületén adott két pont. Határozzuk meg az őket összekötő legrövidebb görbét a henger felszínén. (Legyen a henger alapja az x, z sík origó közepű egységköre. A henger palástja ekkor párhuzamos az y tengellyel. A pontok paraméterezése: (θ, y) .)
Továbbá, számoljuk ki a görbe egyenletét abban a konkrét esetben, amikor a két pont: $P_1(1,0,0), P_2(-1,1,0)$.
6. Egy $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}_+$ kétszer folytonosan differenciálható, korlátos függvény által leírt forgástest felszínén adott két pont. Határozzuk meg a forgástest felszínén a pontokat összekötő görbék közül a legrövidebbet.