

## 8. hét

### Témák:

- Formális deriválás
- Érintő egyenlete
- Magasabb rendű deriváltak
- Implicit függvény deriválás
- Érintő meghatározása implicit módon megadott függvényre. (Ha belefér...)

### Órai feladatok:

Néhány alapderivált

1. Inverz függvény deriválással:  $(\arccos)'(x) = ?$
2. Hiperbolikus  $\operatorname{th}(x)$  és  $\operatorname{cth}(x)$  deriváltja?

Formális deriválás (tört, hatvány, összetett függvény, trigonometrikus, inverz.

Az alapderiváltak és a deriválási szabályok segítségével határozzuk meg  $f'(x)$ -et, ha

3.

$$f(x) := 6x^4 - 7x^3 + 4x^2 + 2x - 1,$$

4.

$$f(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1},$$

5.

$$f(x) = (x^3 - 2x^2 + 5x + 7)^{40},$$

6. Ha  $f$  differenciálható függvény, mi a deriváltja az alábbiaknak:

$$\ln f(x), \quad e^{f(x)}.$$

Konkrét függvényekre alkalmazva, pl.  $f(x) = \sin(x)$ , ill.  $f(x) = \ln(x)$ .

Logaritmikus deriválás,  $g(x)^{h(x)}$  alakú függvények.

*Hangsúlyozzuk, hogy  $8^x$  deriváltja NEM EGYENLŐ azzal, hogy  $x8^{x-1}$  (!!!)*

7.  $y = (\sin x)^x$

8.  $y = x^{2x+3}$

Érintő egyenes (El kell mondani az érintő egyenes képletét általában.)

Egyenes egyenlete általában:  $y = mx + b$ .

Az  $f$  függvény  $(x_0, y_0)$  pontját tekintjük, ahol  $y_0 = f(x_0)$ . A ponthoz húzott érintő egyenes meredeksége  $m = f'(x_0)$ . Az egyenes egyenlete:  $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$ .

9. Írjuk fel az érintő egyenletét az  $y = (x+1) \cdot \sqrt[3]{3-x}$  egyenletű görbe  $P_0(-1, 0)$  pontjában.
10. Az  $y = 2 + x - x^2$  görbe mely pontjaiban párhuzamos az érintő az  $x$  tengellyel?
11. Az  $y = x^3 - x + 1$  görbe mely pontjaiban párhuzamos az érintő az  $y = 2x - 1$  egyenessel?

Magasabb rendű deriváltak

12. Határozzuk meg  $f^{(5)}(x)$  -et, ha

(a)  $f(x) = x^5$

(b)  $f(x) = x^4 \ln x$

13. Legyen  $f(x) = x \ln x$ . Mennyi  $f'(x)$ ,  $f''(x)$ ,  $f^{(n)}(x)$ ?

Implicit függvény (*Ha belefér*)

14. Milyen implicit függvények vannak benne elrejtve:  $x^2 + y^2 = 1$ ?

Implicit függvény deriválás (*Ha belefér...*)

Határozza meg az alábbi implicit módon megadott függvények első (esetleg második) deriváltját:

15.  $x^2 + y^2 = 1$

16.  $y^4 + 3y - 4x^3 = 5x + 1$

Implicit függvény érintő egyenes (*Ha belefér...*)

17. Írja fel az érintők egyenletét a megadott pontokban:

(a)  $x^2 + y^2 = 1$ , a pont  $P(1/2; \sqrt{3}/2)$ .

(b)  $y^4 + 3y - 4x^3 = 5x + 1$ , a pont  $P_0(1; -2)$ .