

6. hét

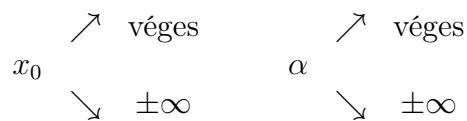
Témák:

- Függvények határértéke
- Nevezetes határértékek
- Gyakorló feladatok folytonosság témához

Órai feladatok:

Függvények határértéke

„ $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \alpha$ ”: Az alábbi négy esetre legyen példa a gyakorlaton:



Főleg véges helyen gyakorlunk, mivel a végtelenben vett határérték trükkjeit a sorozatoknál már megismerték.

1. (Racionális törtfüggvények.)

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^3 - 2x^2 + x - 2} = ?$

(b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^2 - 4x + 4} = ?$

(c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2}{x^2 - 4x + 4} = ?$

2. (Gyökös kifejezés.)

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 1} - 1}{x^2} = ?$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 16} - 4} = ?$

3. (Trigonometrikus limeszek, az előadáson megismert $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$ felhasználásával.)

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{\sin(7x)} = ?$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(2x)}{x} = ?$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = ?$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{\sin^2(x)} = ?$ (SAJNOS KIMARADT: Konzultáción)

4. (Vegyes.)

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - \sqrt{x}}{x} = ?$ (SAJNOS KIMARADT: Konzultáción)

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{\operatorname{tg}(x)} \right) = ?$ (SAJNOS KIMARADT: Konzultáción)

Nevezetes határértékek

5. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a} = ?$ (Az $n = 2$ eset előadáson szerepel)

6. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a} = ?$, $a > 0$ esetén.

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log_c x}{x} = ?$ ($\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0 = ?$ volt előadáson)

Gyakorló feladatok, folytonosság témában.

8. Vizsgáljuk meg, hogy az alábbi függvény az értelmezési tartomány mely pontjaiban folytonos, és melyekben nem. Osztályozzuk a függvény szakadási helyeit (elsőfajú - másodfajú).

$$f(x) := \begin{cases} x + 2 & \text{ha } x < 0 \\ (x - 1)^2 & \text{ha } 0 \leq x < 1 \\ \ln(x) & \text{ha } x \geq 1 \end{cases}$$

9. (Régi zh feladat) Vizsgáljuk meg folytonosság szempontjából az alábbi függvényt:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^3 - x}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0; 1\} \\ 0, & \text{ha } x \in \{-1; 0; 1\} \end{cases}$$