

5. hét

Témák:

- Leibniz-sor
- Függvénytani alapismeretek, ismétlés
- Polinom osztás
- Folytonosság vizsgálat
- Ismétlés: elemi függvények (Konzultáción, vagy HF)

Órai feladatok:

Leibniz típusú sorok.

Konvergensek-e az alábbi sorok?

1. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}).$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{(n+2)(2n+1)}.$

Függvénytani alapismeretek

3. Legyenek $g(x) := \sqrt{x^2 - 16}$, $f(x) := \sqrt{3 - x}$. Határozzuk meg az f , g és az $f \circ g$ összetett függvény értelmezési tartományát.
4. Igazoljuk, hogy az előző feladatban szereplő f függvény injektív. Határozzuk meg inverzét, annak értelmezési tartományát. Vázoljuk a függvények gráfjait.
5. Határozzuk meg a következő függvények inverz függvényét:

a) $y = 1 + x$

b) $y = \sqrt{\frac{x^2}{4} - 1}$

Polinom-osztás

6. $(x^2 - 3x + 2) \div (x - 1) = ?$

7. $(x^3 - 3x^2 + 4) \div (x - 2) = ?$

Folytonosság vizsgálat

Vizsgáljuk meg, hogy az alábbi függvények az értelmezési tartomány mely pontjaiban folytonosak, és melyekben nem. Osztályozzuk a függvények szakadási helyeit (elsőfajú - másodfajú). Vázoljuk a függvények gráfjait.

8.

$$f(x) := \begin{cases} (x - 1)^3 & \text{ha } x < 0 \\ (x + 1)^3 & \text{ha } x \geq 0 \end{cases}$$

9.

$$f(x) := \begin{cases} x + 2 & \text{ha } x < 0 \\ (x - 1)^2 & \text{ha } 0 \leq x < 1 \\ \ln(x) & \text{ha } x \geq 1 \end{cases}$$

10. Határozzuk meg az A paraméter összes olyan értékét, melyekre a következő függvény minden $x \in \mathbb{R}$ esetén folytonos lesz:

$$f(x) = \begin{cases} (A^2 - 2A)x + 2 & \text{ha } x \geq 1, \\ 5 & \text{ha } x < 1. \end{cases}$$