

5. hét, Házi feladatok

Ismétlés: elemi függvények

1. Mivel egyenlő?

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right); \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right); \cos(x) = 0, x = ?; \tan(x) = 1, x = ?; \sin\left(\frac{\pi}{4}\right); \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right), \cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}, x = ?; \tan(x) = 0, x = ?$$

2. Rajzoljuk meg a következő függvények görbéit, fokozatos lépésekben az elemi alapfüggvényekből kiindulva. Határozzuk meg a függvények inverzét is, mind analitikusan, mind grafikusan.

a) $y = \frac{x}{x-1}$

b) $y = x^2 - 2x + 3$

c) $y = -x^2 + 3x$.

d) $y = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$.

e) $y = \frac{-2}{\sqrt{x+3}}$.

f) $f_n(x) = \sqrt[n]{1+x} - 1, \quad D_f = ? \quad R_f = ? \quad n = 1, 2, 3.$

g) $f_n(x) = (1+x)^n, \quad n = 1, 2, 3.$

Konvergensek-e az alábbi sorok?

3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$

4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{\ln(n)}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{n+1}{n+5}\right)^n$

6. Legyen $f(x) = \sin\left(\frac{2\pi x}{T_s}\right), T_s \in (0, 1]$ és $g(x) = \sqrt{\ln(x) + 1}$ határozzuk meg a következőket:

(a) $g \circ f$ összetett függvény (értelmezési tartomány és képlet)

(b) g^{-1} inverz függvény (értelmezési tartomány, képlet, invertálhatóság)

7. $(2x^2 - 3x + 1) \div (x - 1) = ?$

8. $(x^2 + 3x + 2) \div (x + 2) = ?$

9. $(x^3 - x^2 - x + 1) \div (x - 2) = ?$

10. $(x^3 + x - 2) \div (x - 2) = ?$

11. Legyenek

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = \sin(x), \quad h(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}, \quad k(x) = x - 1.$$

Határozzuk meg az alábbi összetett ill. inverz függvényeket:

(a) $f \circ k = ?$ $k \circ f = ?$

(b) $g \circ h \circ k \circ f = ?$

(c) $h^{-1} = ?$